Olimpiada Naţionala de Matematică
Etapa locală, 11 februarie 2012
Clasa a IX-a

Varianta 2

1. Fie A o multime de 51 numere inclusa in mutimea (1,2_ _ _100}. Sa se demonstreze ca exista cel putin o ecuatie de gradul doi cu coeficienti in multimea A ale carei radacini sunt rationale.

GM

2. Fie x,y,z numerele reale positive cu xyz =1. Sa se arate ca:

$$\frac{1+xy}{1+z}+\frac{1+yz}{1+x}+\frac{1+xz}{1+y}\geq 3$$

3. Fie triunghiul ABC cu $AB \neq AC$. Fie D mijlocul segmentului BC, I centrul cercului inscris in triunghiul ABC si $DI \cap AB = \{E\}$.

a) Aflati in funtie de laturile triunghiului, raportul $\frac{AE}{EB}$.

b) Care este conditia ca $E \in (AB)$?

4 Se da triunghiul ABC. Sa se determine multimea punctelor M , din planul (ABC), pentru care vectorii $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$ şi $\overrightarrow{AB}$ sunt coliniari.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.